2012年10月29日
千代田実験水路における実験研究報告会

# 越水破堤プロセスの簡易モデル
## ―破堤口からの横越流量の算定―

北海道大学工学研究院
泉　典洋，徳川亜以子

# 破堤部の横越流量

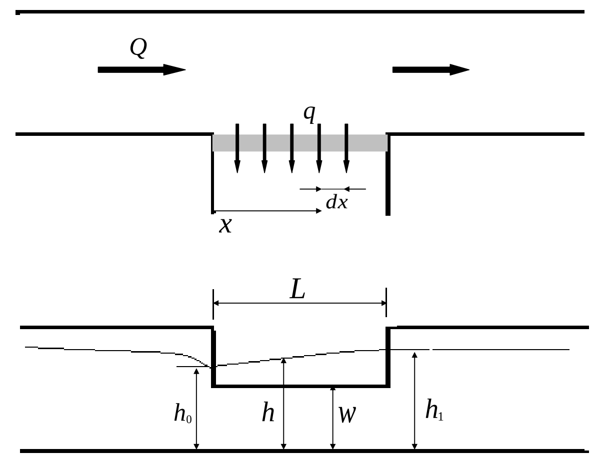
## De Marchiの方程式

破堤部で比エネルギーが保存すると仮定

$$E = \frac{Q^2}{2gA^2} + h = const. \longrightarrow Q = Bh\sqrt{2g(E-h)}$$

単位幅当たりの流量

$$q_w = \frac{2}{3} C_M \sqrt{2g} (h-w)^{\frac{3}{2}}$$




$$\begin{cases} \phi(h) = \dfrac{2E-3w}{E-w}\sqrt{\dfrac{E-h}{h-w}} - 3\tan^{-1}\sqrt{\dfrac{E-h}{h-w}} \\ L = \dfrac{3B}{2C_M}\left[\phi(h_1) - \phi(h_0)\right] \end{cases}$$

$x$: 流下方向座標
$y$: 水深方向座標
$B$: 河道幅
$w$: 破堤部の高さ
$h$: 水深
$Q$: 流量
$A$: 河道断面積 ($A = Bh$)

$L$: 破堤幅
$h_0$:破堤部上流端の水深
$h_1$:破堤部下流端の水深

# 総越流量

$$q_w = \frac{dQ}{dx}$$

$$Q_w = \int_0^L q_w dx = \sqrt{2g}\,B\left(h_0\sqrt{E-h_0} - h_1\sqrt{E-h_1}\right)$$

$$Q_u = \sqrt{2g}\,Bh_0\sqrt{E-h_0}$$

$$Q_d = \sqrt{2g}\,Bh_1\sqrt{E-h_1}$$

$$Q_w = Q_u - Q_d$$

## 破堤部より下流域

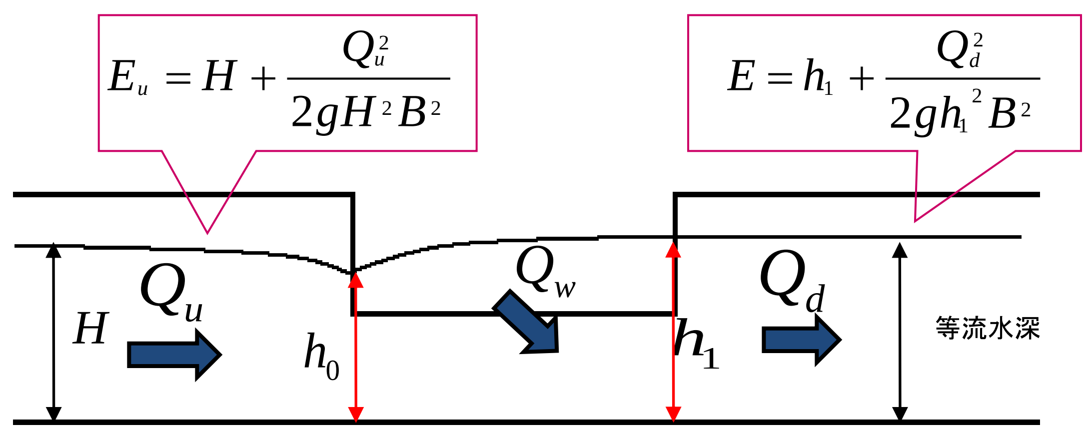
下流域でも等流状態
常流の場合，等流状態に漸近する
水面形は存在しない
破堤部下流端で等流水深$h_1$

$$Q_d = \frac{1}{n} B h_1^{\frac{5}{3}} S^{\frac{1}{2}}$$

## 破堤部より上流域

十分上流域では等流状態
水深$H$一定

$$Q_u = \frac{1}{n} B H^{\frac{5}{3}} S^{\frac{1}{2}}$$



# 無次元化

$$(Q_u, Q_w, Q_d) = \sqrt{gH_c^3}B(Q_u^*, Q_w^*, Q_d^*)$$

$$\left(h, h_0, h_1, w, H\right) = H_c\left(h^*, h_0^*, h_1^*, w^*, H^*\right)$$

$$q_w = \sqrt{gH_c^3}\, q_w^*$$

$$\left(L, x\right) = \frac{3B}{2C_M}\left(L^*, x^*\right)$$

$$M^* = \frac{H_c^{\frac{1}{6}} S^{\frac{1}{2}}}{n\sqrt{g}}$$

$$H_c = \sqrt[3]{\frac{Q_u^2}{gB^2}}$$

$H_C$ :破堤部より上流域での流量$Q_u$に対応した限界水深

$$Q_u^* = \frac{Q_u}{\sqrt{gH_c}H_c B} = 1$$

$$M^* H^{*\frac{5}{3}} = 1$$

$$F_r = \frac{Q_u}{\sqrt{gH}HB} = \frac{Q_{u*}}{H^{*\frac{3}{2}}} = H^{*-\frac{3}{2}} = M^{*\frac{9}{10}}$$

$$E_u^* = H^* + \frac{1}{2H^{*2}}$$

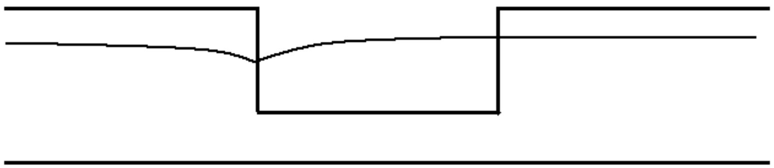
$$Q_u^* = \sqrt{2}h_0^* \sqrt{E_u^* - h_0^*} = 1$$

$$E^* = h_1^* + \frac{M^{*2}}{2} h_1^{*\frac{4}{3}}$$

破堤幅$L$および破堤部高さ$w$, $M$*が判れば, $Q$が判る

# 破堤幅と水面形

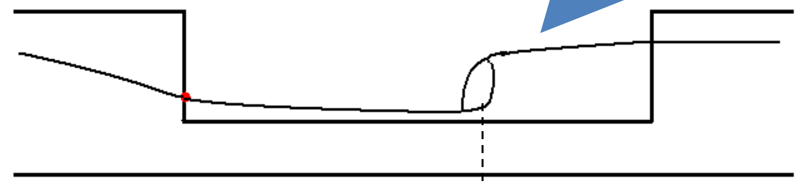
**破堤幅Lが十分小さい場合**



破堤部全域で常流

**破堤幅Lが更に増加すると**

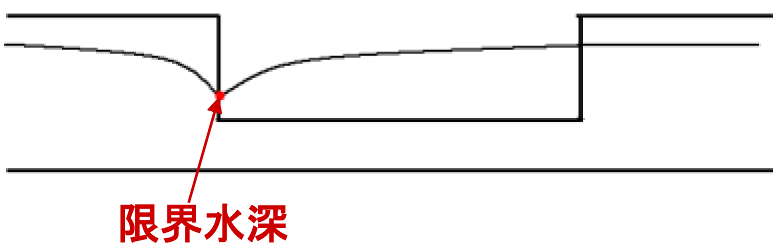
跳水



破堤部上流部分で射流

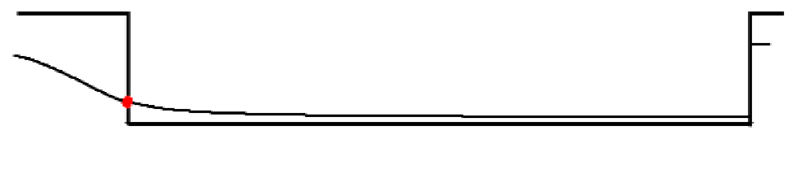
下流で常流

**破堤幅Lがある値まで増加すると**




- 破堤部全域で常流状態
- 破堤部上流端で限界水深

**破堤幅Lが十分大きい場合**



- 破堤部全域で射流状態
- 破堤部下流端で跳水が発生

# 破堤部全域で常流となる場合

破堤部全域で常流となるためには

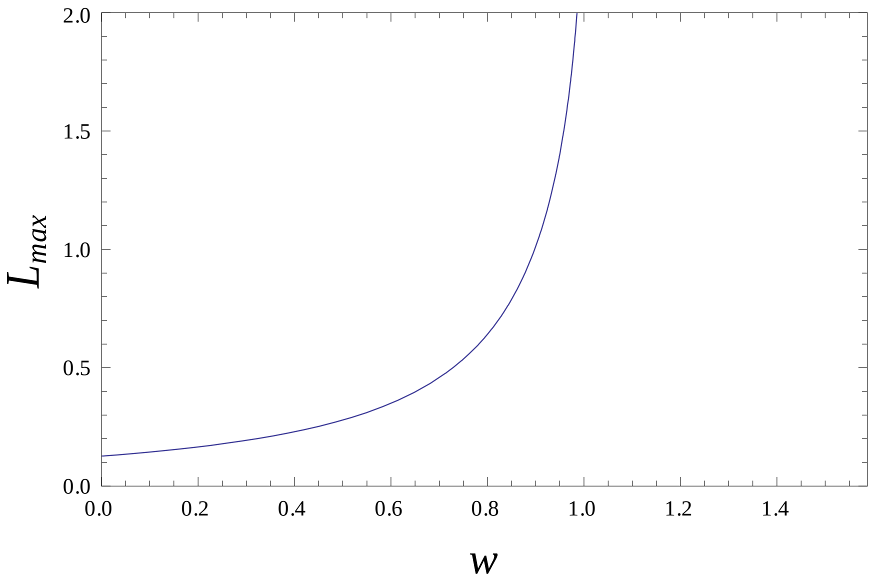
$$L < L_{\max}$$

$$L_{\max} = \phi(h_1) - \phi(1)$$

破堤部上流端で無次元水深が1となる$L$を$L_{\max}$とすると

$$h_0 = 1$$

$L_{\max}$: 破堤部上流端が限界水深となる$L$




曲線の下の領域では射流が現れない

$$H = M^{-\frac{3}{5}} \qquad M = F_u^{\frac{10}{9}}$$

上流での比エネルギー

$$E_u = H + \frac{1}{2H^2}$$

下流での比エネルギー

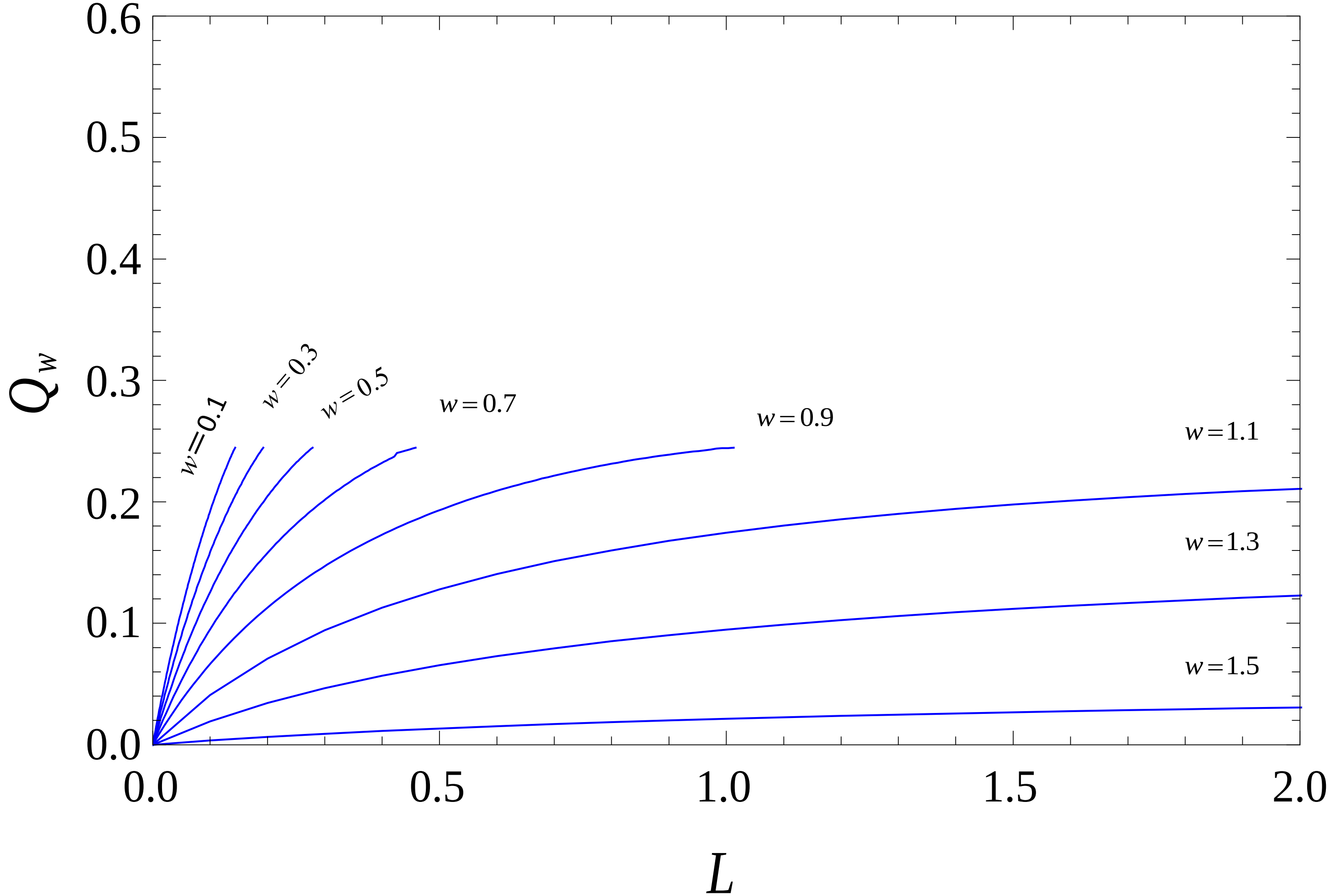
$$E = h_1 + \frac{M^2}{2} h_1^{-\frac{4}{3}}$$

$$\begin{cases} L = \phi(h_1) - \phi(h_0) \\ \phi(h) = \dfrac{2E - 3w}{E - w}\sqrt{\dfrac{E-h}{h-w}} - 3\tan^{-1}\sqrt{\dfrac{E-h}{h-w}} \\ \sqrt{2}h_0\sqrt{h_1 + \dfrac{M^2}{2}h_1^{-\frac{4}{3}} - h_0} = 1 \end{cases}$$

$\longrightarrow h_0, h_1$

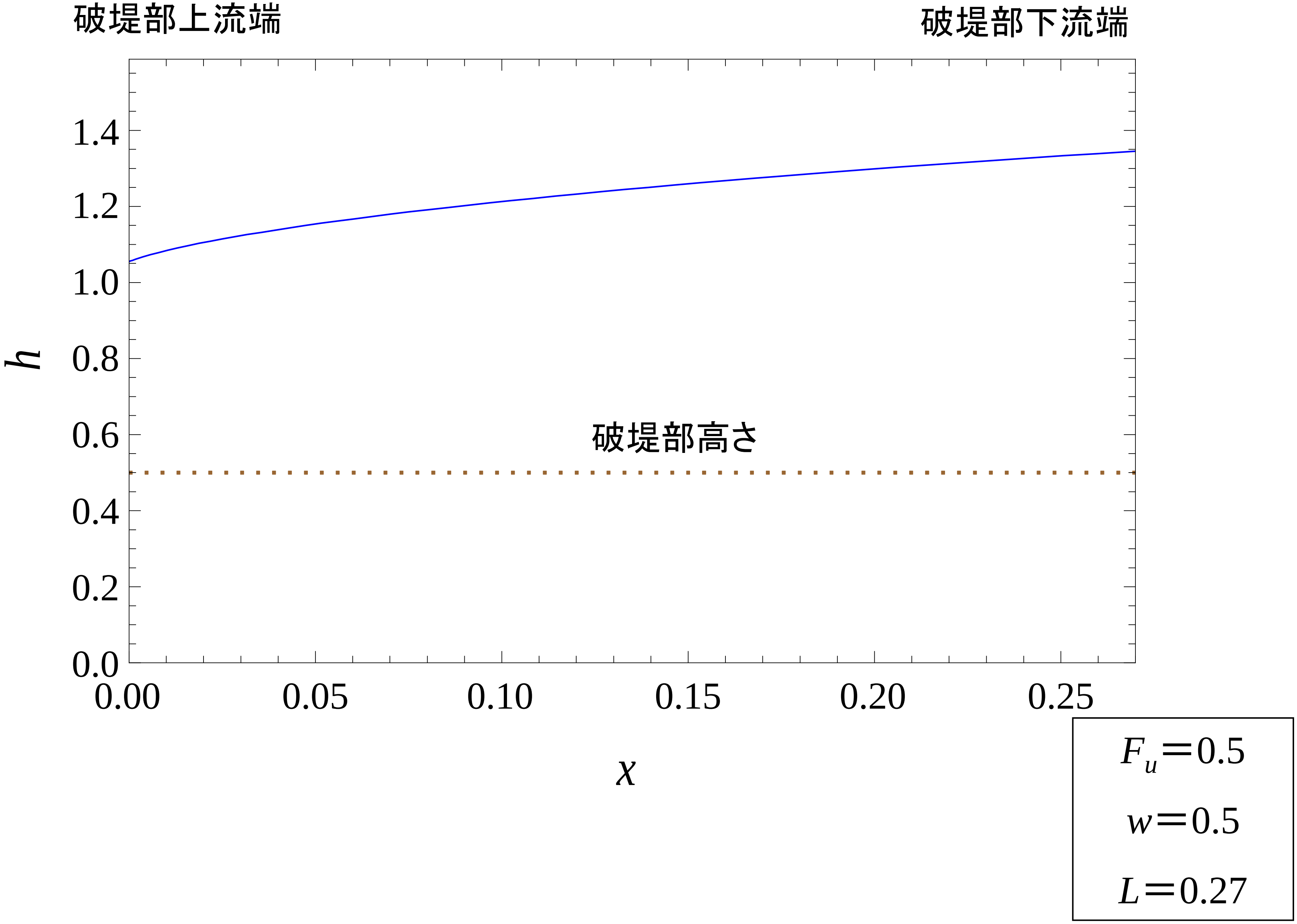
$\longrightarrow Q_d = M h_1^{\frac{5}{3}}$

$\longrightarrow \boxed{Q_w = 1 - Q_d}$



0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0.0
$Q_w$
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
$L$
$w=0.1$
$w=0.3$
$w=0.5$
$w=0.7$
$w=0.9$
$w=1.1$
$w=1.3$
$w=1.5$


$F_u = 0.5$

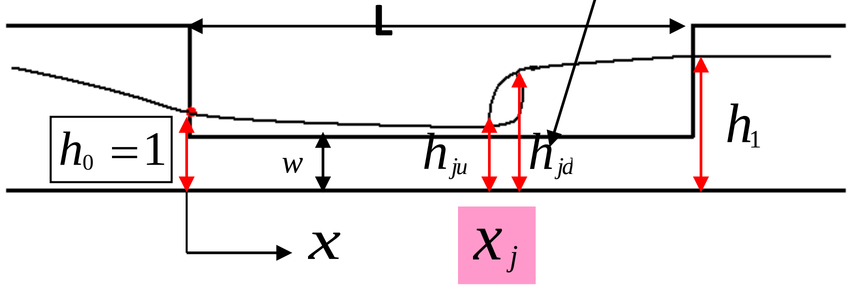

破堤部上流端
破堤部下流端
破堤部高さ
h
1.4
1.2
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
0.00
0.05
0.10
0.15
0.20
0.25
x
$F_u = 0.5$
$w = 0.5$
$L = 0.27$

# 破堤部に射流が現れる場合

$L > L_{\max}$ のとき射流部が現れる

跳水が生じると比エネルギーが減少する

$$h_{jd}=\frac{2}{3}E_d=\frac{2}{3}\left(h_1+\frac{M^2}{2}h_1^{\frac{4}{3}}\right)$$




$x_j$ ：跳水位置の$x$座標
$h_{ju}, h_{jd}$ ：跳水前後の$x$座標
$Q_j$ ：跳水箇所での流量

**跳水前**

$$h_0=1 \longrightarrow E=\frac{3}{2}$$

$$Q_u^*=\sqrt{2}h_0^*\sqrt{E^*-h_0^*}=1$$

水面形

$$\begin{cases} x_j(h)=\phi(h)-\phi(1) \\ \phi(h)=\dfrac{2E-3w}{E-w}\sqrt{\dfrac{E-h}{h-w}}-3\tan^{-1}\sqrt{\dfrac{E-h}{h-w}} \end{cases}$$

**跳水後**

$$E_d=h_1+\frac{M^2}{2}h_1^{\frac{4}{3}}$$

水面形

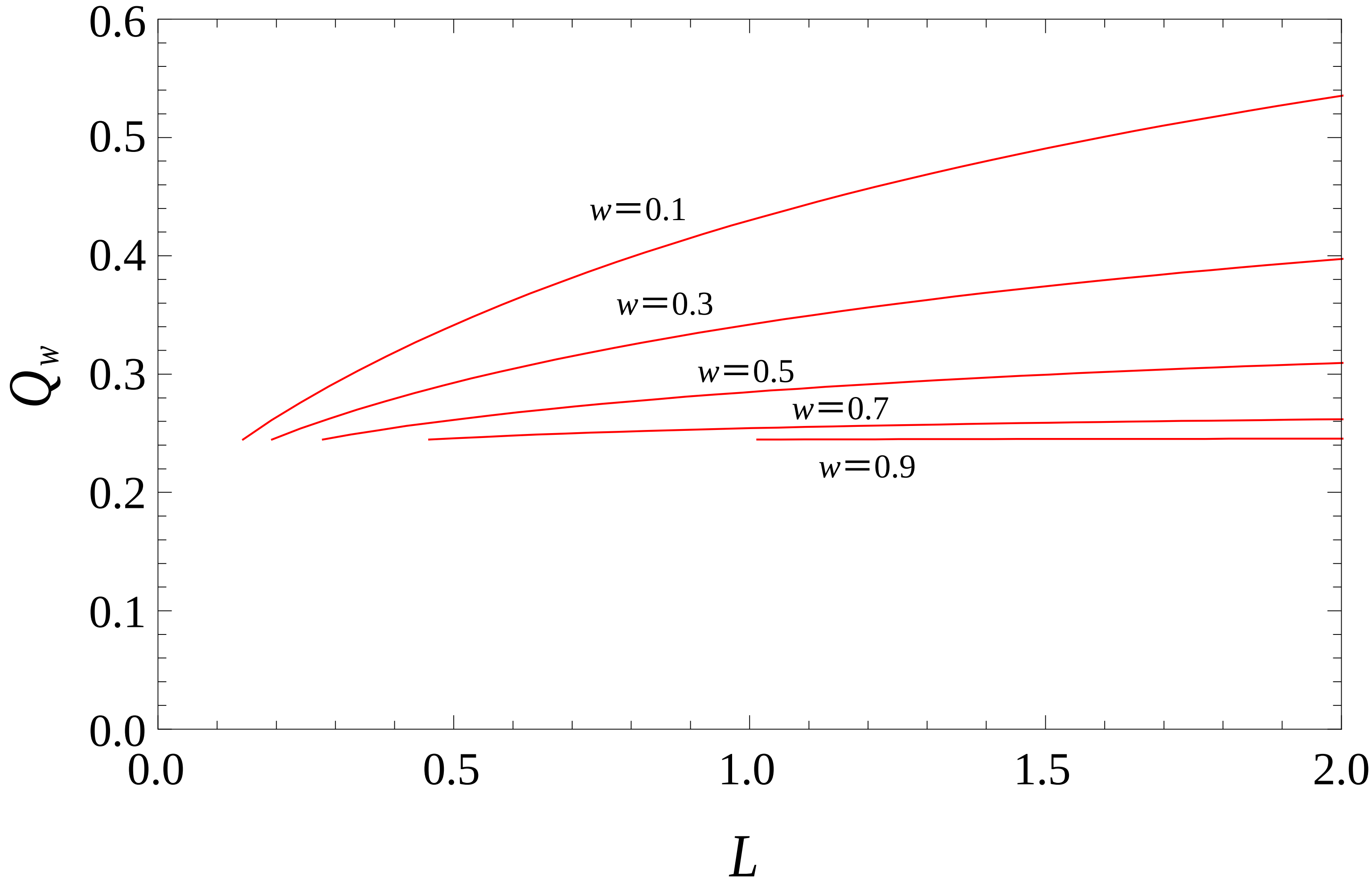
$$\begin{cases} L-x_j=\phi_d(h_1)-\phi_d(h_{jd}) \\ \phi_d(h)=\dfrac{2E_d-3w}{h-w}\sqrt{\dfrac{E_d-h}{h-w}}-3\tan^{-1}\sqrt{\dfrac{E_d-h}{h-w}} \end{cases}$$

共役水深の関係から

$$h_{jd}=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{h_{ju}^4+8Q_jh_{ju}}}{2h_{ju}} \qquad Q_j=-\frac{1}{2}+h_{ju}\sqrt{3-2h_{ju}}$$

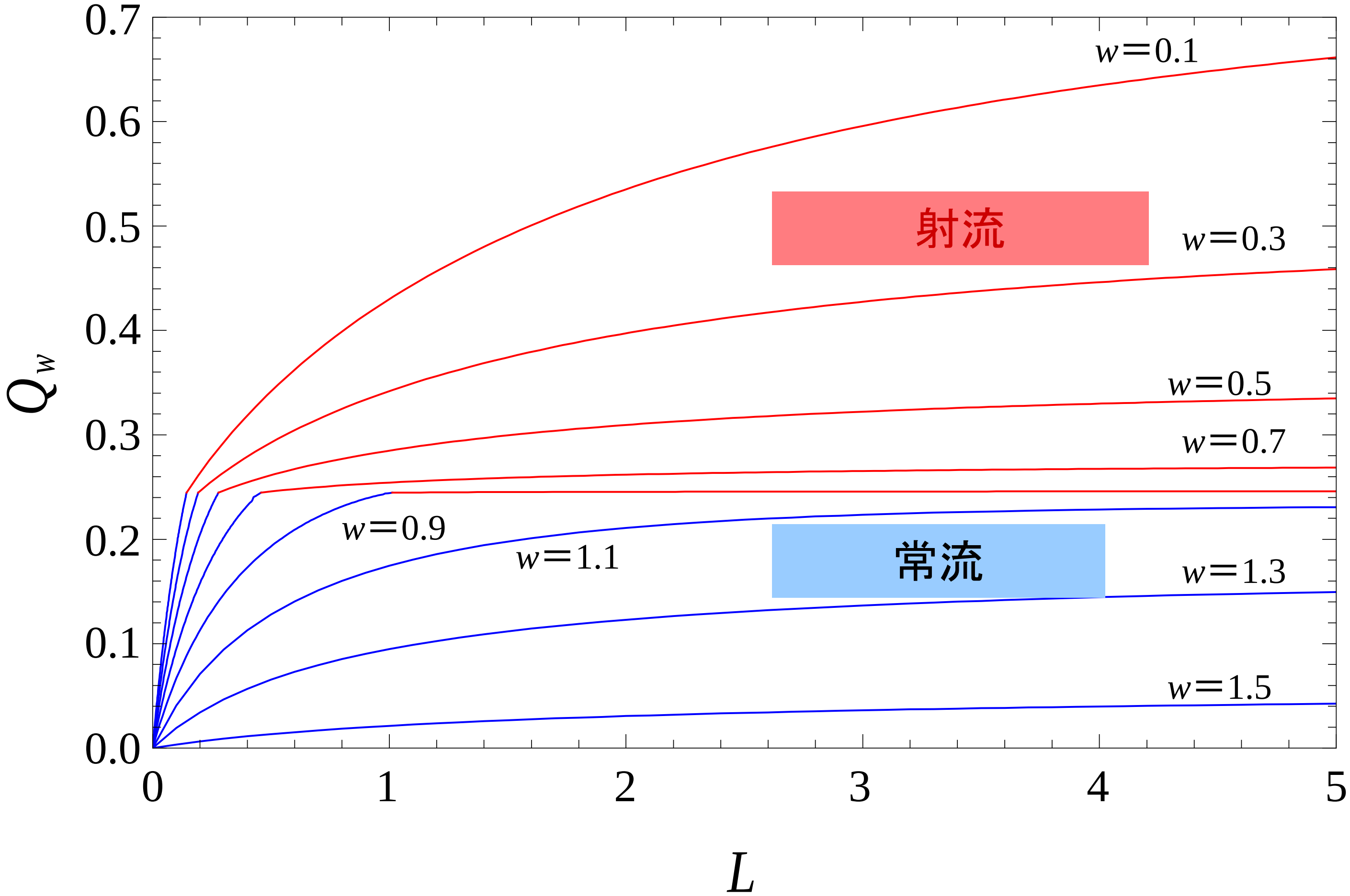
$$L=\phi_d(h_1)-\phi_d(h_{jd})-\phi(h_{ju})+\phi(1)$$

$$Q_w=-\frac{1}{2}+h_{ju}\sqrt{3-2h_{ju}}+\sqrt{2\left(h_{jd}\sqrt{E_d-h_{jd}}-h_1\sqrt{E_d-h_1}\right)}$$



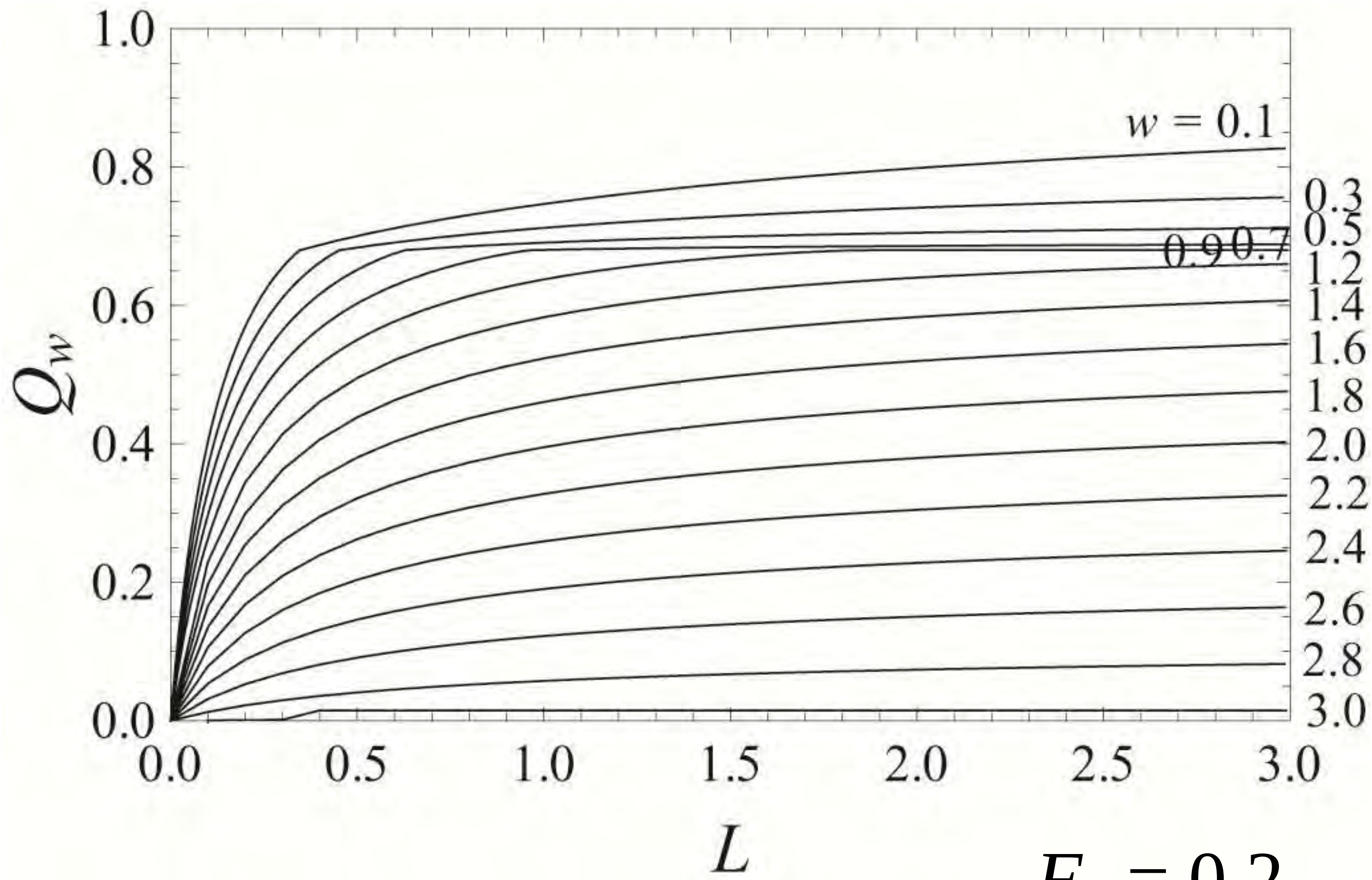

$F_u = 0.5$

# 決壊口幅の増加に伴う総流量の変化

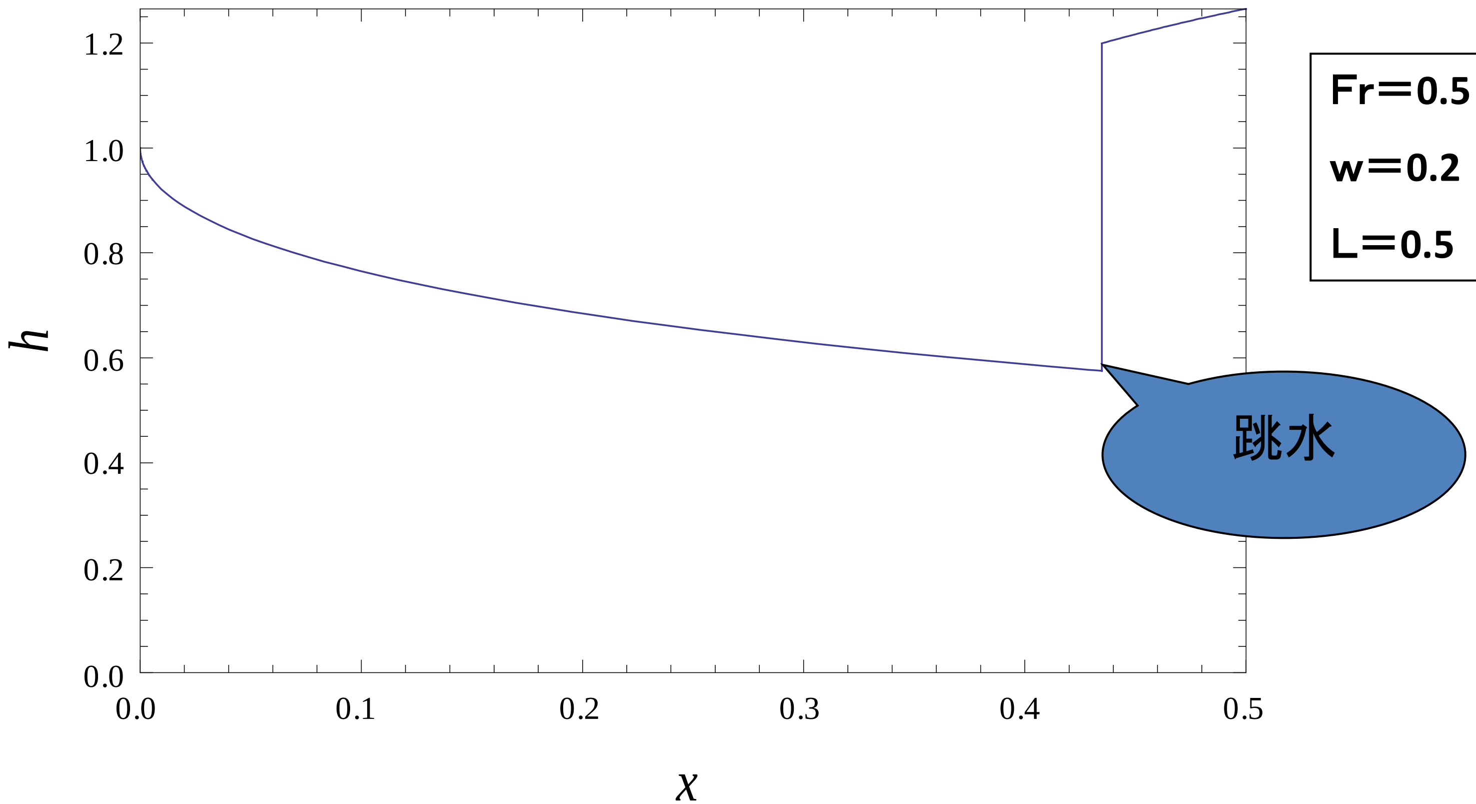



$F_u = 0.5$

# 決壊口幅の増加に伴う総流量の変化




$F_u = 0.2$



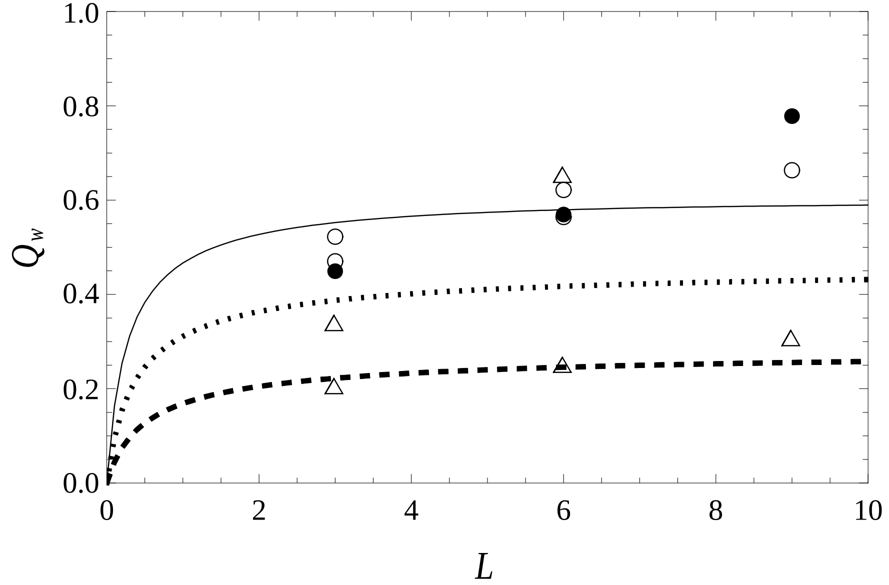

**跳水前**

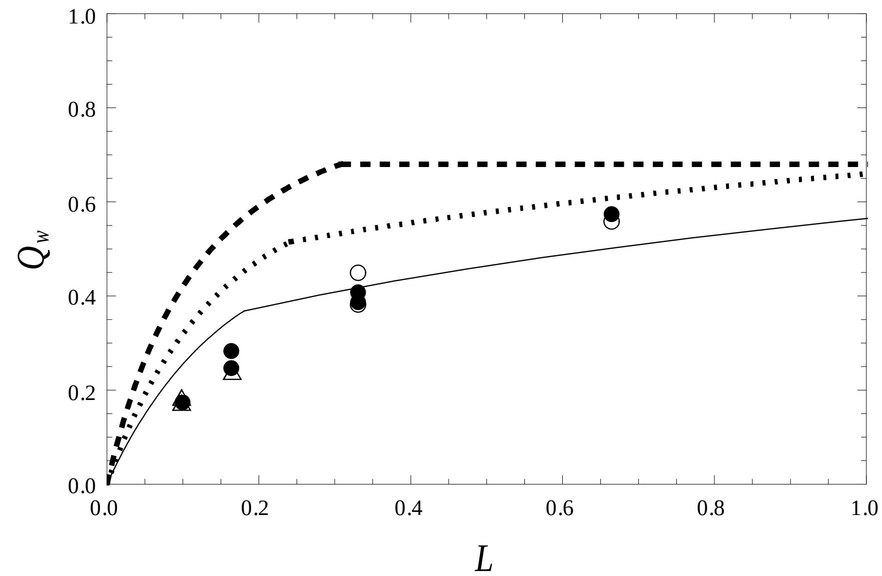
$$
\begin{cases}
x_j(h) = \phi(h) - \phi(1) \\
\phi(h) = \dfrac{2E - 3w}{E - w}\sqrt{\dfrac{E - h}{h - w}} - 3\tan^{-1}\sqrt{\dfrac{E - h}{h - w}}
\end{cases}
$$

**跳水後**

$$
\begin{cases}
L - x_j = \phi_d(h_1) - \phi_d(h_{jd}) \\
\phi_d(h) = \dfrac{2E_d - 3w}{h - w}\sqrt{\dfrac{E_d - h}{h - w}} - 3\tan^{-1}\sqrt{\dfrac{E_d - h}{h - w}}
\end{cases}
$$

# 実験値との比較




Fr ＝0.22, n＝0.025

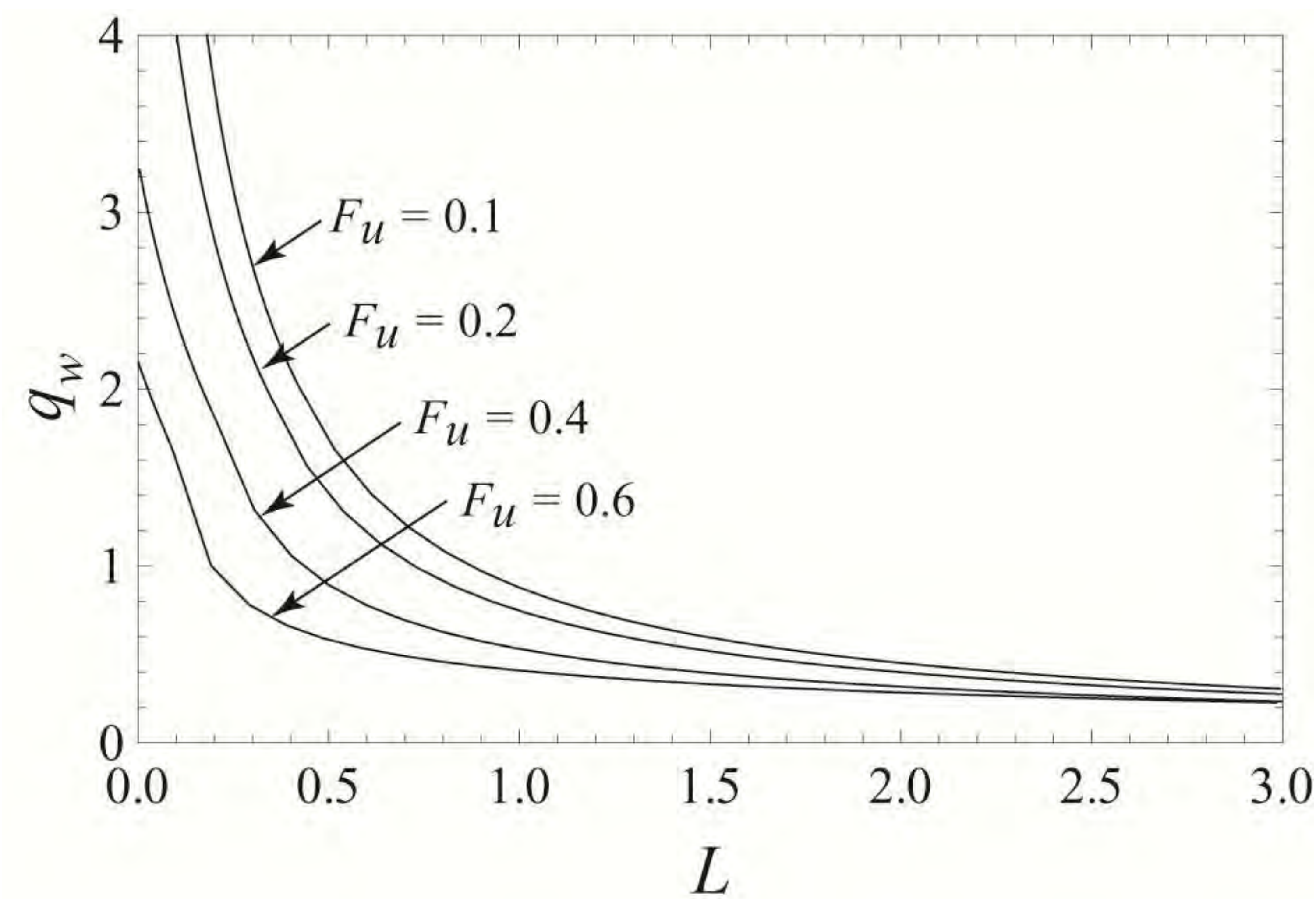
W=1.35　実線と●
W=1.80　点線と○
W=2.30　破線と△

$F_u$=0.4　実線と○
$F_u$=0.3　点線と●
$F_u$=0.2　破線と△

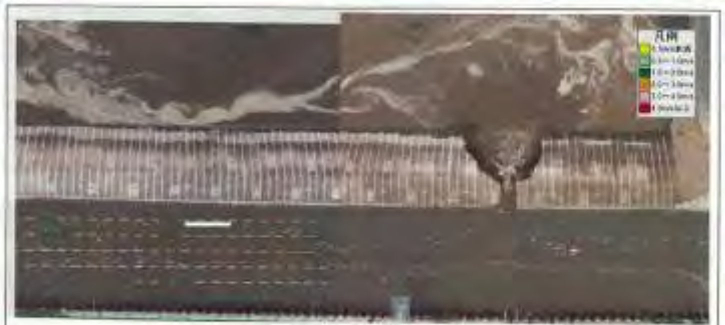
$$q_w = \frac{2}{3} C_M \sqrt{2g} \left(h - w\right)^{\frac{3}{2}}$$

ここでは越流係数を定数と仮定

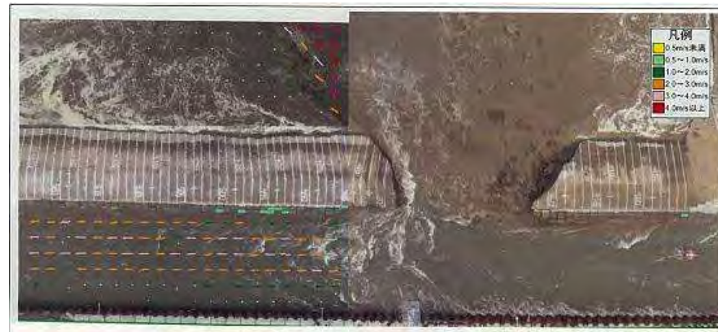
# 破堤口幅の増加に伴う単位幅当たりの流量の変化



# 千代田実験施設の状況

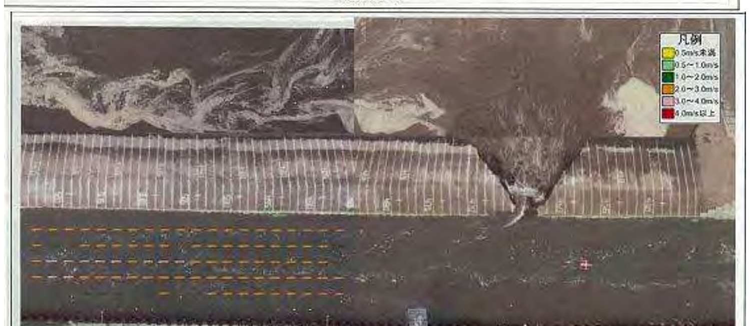



10時48分




11時06分


10時54分




11時00分