

二風谷ダム・平取ダムの堆砂計算に用いた計算式（一次元河床変動計算）

二風谷ダムや平取ダムの堆砂に関する検討に際し、土砂は水の流れ（出水等）を受けて洗掘や堆積をしているので、このような現象をあらわす一次元河床変動計算を用いています。

【計算式】

(1) 流れの基礎式

水理量は、一次元不等流計算で算定した。

1) 連続式

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = q \quad \text{数式 (1.1)}$$

Q : 流量 (m³/s)

q : 支川からの横流入量 (m³/s)

x : 流下方向の距離 (m)

2) 運動方程式

$$\frac{1}{gA} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + \frac{\partial}{\partial x} (Z+h) + I_e = 0 \quad \text{数式 (1.2)}$$

A : 流積 (m²)

h : 水深 (m)

g : 重力加速度 (m/s²)

Z : 河床高 (EL.m)

I_e : エネルギー勾配 (数式 (1.4) より算定)

3) 摩擦速度 u_{*}

流砂の計算に用いた摩擦速度 u_{*} は、数式 (1.5) より算出した。

$$u_* = \sqrt{g \cdot R \cdot I_e} \quad \text{数式 (1.3)}$$

$$I_e = \frac{n^2 \cdot v^2}{R^{4/3}} \quad \text{数式 (1.4)}$$

u_{*} : 摩擦速度 (m/s)

R : 径深 (m)

v : 断面平均流速 (m/s)

n : マニングの粗度係数 (m^{-1/3}s)

数式 (1.3) に数式 (1.4) を代入すると、数式 (1.5) を得る。

$$u_* = \sqrt{\frac{g \cdot n^2 \cdot v^2}{R^{1/3}}} \quad \text{数式 (1.5)}$$

(2) 流砂の基礎式

混合砂礫床では、粒径別の移動限界の相違によって河床砂礫の一部が移動しない場合もあるため、粒径別に流砂量を算定した。

1) 掃流砂量

掃流砂量の算定は、数式(1.6)に示す芦田・道上式を用いた。

$$\frac{q_{Bk}}{\sqrt{(\sigma/\rho - 1)gd_k^3}} = 17 p_{bk} \tau_{*ek}^{3/2} \left(1 - \frac{u_{*ck}}{u_*}\right) \left(1 - \frac{\tau_{*ck}}{\tau_{*k}}\right) \quad \text{数式(1.6)}$$

q_{Bk} : 粒径別単位幅掃流砂量 ($m^3/s/m$) d_k : 粒径階 k の代表粒径 (m)

p_{bk} : 粒径階 k の河床において占める割合 ($p_{bk} = 1$)

u_{*ck} : 粒径 d_k の移動限界摩擦速度 (m/s)

τ_{*k} 、 τ_{*ck} 、 τ_{*ek} : 粒径 d_k の無次元掃流力、無次元限界掃流力および無次元有効掃流力

ρ_s 、 ρ : それぞれ砂粒子および水の密度 ($\rho_s = 2.65$ 、 $\rho = 1.00$)

u_{*ck} については、エギアザロフの限界掃流力を芦田・道上が一部修正した数式(1.7)と数式(1.8)で算定した。

$$d_k/d_m < 0.4 \quad \frac{u_{*ck}^2}{u_{*cm}^2} = 0.85 \quad \text{数式(1.7)}$$

$$d_k/d_m \geq 0.4 \quad \frac{u_{*ck}^2}{u_{*cm}^2} = \left(\frac{\log_{10} 19}{\log_{10} 19 d_k / d_m} \right)^2 \frac{d_k}{d_m} \quad \text{数式(1.8)}$$

u_{*cm} : 岩垣式(数式(1.9))より算出される混合砂の平均粒径 d_m に対する移動限界摩擦速度

$$\left. \begin{aligned} u_{*cm}^2 &= 80.9d_m & d_m & 0.3030(\text{cm}) \\ u_{*cm}^2 &= 134.6d_m^{31/22} & 0.1180 & d_m \leq 0.3030(\text{cm}) \\ u_{*cm}^2 &= 55.0d_m & 0.0565 & d_m \leq 0.1180(\text{cm}) \\ u_{*cm}^2 &= 8.41d_m^{11/32} & 0.0065 & d_m \leq 0.0565(\text{cm}) \\ u_{*cm}^2 &= 226d_m & d_m & 0.0065(\text{cm}) \end{aligned} \right\} \text{数式(1.9)}$$

2) 浮遊砂量、ウォッシュロード量

浮遊粒子(浮遊砂・ウォッシュロード)の輸送量を評価するため、次の濃度分布に関する一次元非定常拡散方程式を用いた。

(浮遊砂)

$$\frac{\partial}{\partial t}(AC_k) = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ A \left(\varepsilon_{sx} \frac{\partial C_k}{\partial x} - v C_k \right) \right\} + B_s (E_{sk} - D_{sk}) \quad \text{数式(1.10)}$$

(ウォッシュロード)

$$\frac{\partial}{\partial t}(AC_k) = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ A \left(\varepsilon_{sx} \frac{\partial C_k}{\partial x} - v C_k \right) \right\} + B_s (E_{wk} - D_{wk}) \quad \text{数式 (1.11)}$$

A : 流積(m²)
 ε_{sx} : 流下方向(x方向)の拡散係数(m²/s)
 E_{sk} : 浮遊砂の侵食速度(m/s)
 E_{wk} : ウォッシュロードの侵食速度(m/s)
 C_k : 粒径 d_k の粒子の断面平均濃度
 B_s : 流砂幅(m)
 D_{sk} : 浮遊砂の堆積速度(m/s)
 D_{wk} : ウォッシュロードの堆積速度(m/s)

E_{sk} 、 D_{sk} 、 E_{wk} 、 D_{wk} は以下のように与えた。

(浮遊砂)

$$E_{sk} = W_{sk} C_{ek} \quad \text{数式 (1.12)}$$

W_{sk} : 粒径 d_k の沈降速度(m/s) (Rubey 式で算出)

$$W_{sk} = \left(\sqrt{\frac{2}{3} + \frac{36v^2}{sgd_k^3}} - \sqrt{\frac{36v^2}{sgd_k^3}} \right) \sqrt{sgd_k} \quad \text{数式 (1.13)}$$

: 水の動粘性係数(m²/s) (=0.01)

s : 砂の水中比重 (=1.65)

C_{ek} : 粒径 d_k の平衡基準面の濃度(芦田・道上の平衡時の基準面濃度式で算出)

$$C_{ek} = p_{bk} k_0 \left\{ \frac{g(\zeta_0)}{\xi_0} - G(\zeta_0) \right\} \quad \text{数式 (1.14)}$$

$$\zeta_0 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\zeta_0^2\right) \quad G(\zeta_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\zeta_0}^{\infty} \exp\left(-\frac{1}{2}\zeta^2\right) d\zeta$$

k_0 : 比例定数 (=0.025) , $\zeta_0 = W_{sk} / \rho$, $\zeta = W_p / \rho$

W_p : 粒子の鉛直方向の変動速度 , ρ : W_p の標準偏差 (=0.75 u_*)

$$D_{sk} = W_{sk} C_{ak} \quad \text{数式 (1.15)}$$

C_{ak} : 粒径 d_k の河床付近における濃度

(Lane-Kalinske の平衡濃度分布式で算出)

$$C_{ak} = \frac{\alpha}{1 - e^{-\alpha}} C_k \quad \text{数式 (1.16)}$$

$$\alpha = \frac{15W_{sk}}{u_*} \left(1 - \frac{a}{h} \right) \quad \text{数式 (1.17)}$$

a=0.05h

(ウォッシュロード)

$$D_{wk} = \begin{cases} W_{sk} C_{ak} & u_* \leq u_{*dk} \\ 0 & u_* > u_{*dk} \end{cases} \quad \text{数式 (1.18)}$$

u_{*dk} : 粒径 d_k のウォッシュロード粒子の沈降限界摩擦速度

$$\frac{E_{wk}}{u_{*wk}} = \begin{cases} p_{bk} \beta \left[\frac{u_*^2}{u_{*wk}^2} - 1 \right]^n & u_* > u_{*wk} \\ 0 & u_* \leq u_{*wk} \end{cases} \quad \text{数式 (1.19)}$$

u_{*wk} : 粒径 d_k のウォッシュロード粒子の浮上限界速度 (= 0.06m/s を採用)

: 係数 ($1 \times 10^{-5} \sim 4 \times 10^{-5}$)

n : 係数 (1.0 ~ 1.5)

(3) 河床変動の基礎式

掃流砂・浮遊砂およびウォッシュロードが混在する河床変動の基礎式は、連続条件から次式を用いた。

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{1}{B} \left[\sum_{k=1}^{N_b} \left(\frac{B_s}{1 - \lambda_s} \frac{\partial q_{Bk}}{\partial x} + \frac{B_s (E_{sk} - D_{sk})}{1 - \lambda_s} \right) + \sum_{k=N_b+1}^{N_d} \frac{B_s (E_{wk} - D_{wk})}{1 - \lambda_w} \right] = 0$$

数式 (1.20)

λ_s : 掃流砂・浮遊砂の空隙率 (0.4)

λ_w : ウォッシュロードの空隙率 (0.7)

B : 河床幅 (m)

N_d : 全粒径階の分割数

$k = 1 \sim N_b$: 掃流砂、浮遊砂の粒径階の番号

$k = N_{b+1} \sim N_d$: ウォッシュロードの粒径階の番号